



OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DA CARGA PRODUTIVA EM UM LABORATÓRIO ÓPTICO POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA: UM ESTUDO DE CASO NO PROCESSO DE POLIMENTO

Optimization of Production Load Allocation in an Ophthalmic Laboratory Using Mixed-Integer Linear Programming: A Case Study of the Polishing Process

Camilla da Silva Garcia^a

Wallace da Silva Carvalho^a

^a Unigranrio Afya

Palavras-chave

Pesquisa Operacional; Programação Linear Inteira Mista; Alocação de Carga; Makespan; Lentes Oftálmicas.

Keywords

Operations Research; Mixed-Integer Linear Programming; Load Allocation; Makespan; Ophthalmic Lenses.

DOI: 10.70678/rpad.v6i1.2150

Informações do artigo

Recebido: 05 de julho de 2026

Aprovado: 30 de agosto de 2026

Publicado: 04 de setembro de 2026

Autor correspondente: Camilla da Silva Garcia

E-mail: camilla.silvagarcia029@gmail.com

Resumo

O uso crescente de dispositivos eletrônicos para atividades profissionais e de lazer tem contribuído para o aumento da síndrome da visão computacional, ampliando a demanda por correção visual e impulsionando o crescimento da indústria oftálmica. Nesse contexto, a produção de lentes ópticas requer elevados padrões de qualidade e eficiência, especialmente em relação ao cumprimento dos prazos de entrega, fator determinante para a competitividade do setor. Assim, este estudo teve como objetivo otimizar o processo de polimento de lentes ópticas em um laboratório localizado na Região Sudeste do Brasil, visando aumentar a eficiência operacional e atender às demandas personalizadas dos clientes. A pesquisa utilizou Programação Linear Inteira Mista para modelar a alocação da carga produtiva entre dois grupos de polidoras, com foco na minimização do makespan, correspondente ao tempo necessário para a conclusão da demanda considerada. O modelo proposto permitiu definir a distribuição da quantidade de lentes de diferentes materiais entre os grupos de polidoras, considerando os tempos de processamento, a capacidade dos equipamentos e a demanda. Seu desempenho foi comparado com a política operacional utilizada pelo laboratório e com a heurística Earliest Completion Time (ECT), por meio de 1.000 repetições para uma demanda de 8.000 lentes. Os resultados mostraram redução média do makespan de 8,16% para a política

baseada no PLIM e de 8,06% para a redução de 8.16% for the MILP-based heurística ECT em relação à política operacional do laboratório. Os resultados compared with the laboratory's operational policy. The results indicated a more evidenciaram uma utilização mais eficiente dos recursos produtivos e contribuíram efficient use of production resources and para o aprimoramento da gestão da contributed to improving production produção em laboratórios ópticos. Conclui-se que a aplicação de técnicas de management in optical laboratories. It is Pesquisa Operacional constitui uma Operations Research techniques can ferramenta de apoio à tomada de decisão support decision-making and the planning e ao planejamento da alocação dos of production resource allocation in highly recursos produtivos em ambientes de customized manufacturing environments. manufatura com elevada personalização.

Abstract

The increasing use of electronic devices for professional and leisure activities has contributed to the growth of Computer Vision Syndrome, increasing the demand for vision correction and driving the growth of the ophthalmic industry. In this context, the production of optical lenses requires high standards of quality and efficiency, especially regarding delivery deadlines, which are important for the competitiveness of the sector. Thus, this study aimed to optimize the lens polishing process in a laboratory located in Southeastern Brazil, seeking to improve operational efficiency and meet customized customer demands. Mixed-Integer Linear Programming (MILP) was used to model the allocation of the production load between two groups of polishing machines, focusing on makespan minimization, corresponding to the time required to complete the considered demand. The proposed model defined the distribution of lenses made of different materials between the polishing machine groups, considering processing times, equipment capacity, and demand. Its performance was compared with the operational policy currently used by the laboratory and with the Earliest Completion Time (ECT) heuristic through 1,000 replications for a demand of 8,000 lenses. The results showed an average makespan

1 Introdução

A evolução tecnológica e a conscientização sobre a saúde ocular têm impulsionado o mercado óptico, promovendo o desenvolvimento de produtos, equipamentos e técnicas que oferecem mais conforto e qualidade na reabilitação visual. Atualmente, os óculos transcenderam sua função como instrumentos de correção para se consolidarem como acessórios de moda, refletindo essa transformação no setor. Segundo a OMS (Organização Mundial da Saúde), metade da população mundial necessita de correção visual, incluindo mais de 100 milhões de brasileiros, enquanto Bento Alcoforado, presidente da Abióptica, destaca que o número de usuários de lentes de contato no Brasil pode crescer de 1.700.000 para 12.800.000, caso o país siga tendências internacionais (Senac, 2016). Além disso, o aumento da utilização de dispositivos digitais, conforme relatado por Sheppard e Wolffsohn (2018), tem contribuído para a ocorrência de sintomas relacionados à síndrome da visão computacional, ampliando a demanda por soluções ópticas. Segundo a Sociedade Brasileira de Oftalmologia (SBO, 2023), 55,6% da população brasileira necessita de óculos devido a ametropias, como miopia, astigmatismo e presbiopia, evidenciando o potencial de expansão do mercado óptico, que combina funcionalidade médica e apelo estético.

A indústria oftálmica é um segmento de grande importância no Brasil. Segundo dados estatísticos divulgados e atualizados pelo IBGE (2023), em 2021 foram produzidos um total de 49.800.889 pares de lentes oftálmicas no país, o que ratifica o crescimento deste mercado nas últimas décadas (Ferraz, 2021). No primeiro trimestre de 2024, o desempenho de vendas do setor óptico apresentou um crescimento de 3,8%, e a previsão de crescimento para o ano é de 4,2%. Em abril de 2024, o setor óptico registrou um crescimento de 16% em comparação ao mesmo período do ano anterior, e 4% acima do registrado em março de 2024 (Abioptica, 2024).

No acumulado de janeiro a abril, o setor apresentou um crescimento de 6% no ano. A região Sudeste contribuiu significativamente para esse avanço, liderando o balanço de negócios do primeiro trimestre de 2024. Os estados de São Paulo, Minas Gerais e Rio de Janeiro foram os principais responsáveis por esse desempenho. Para obter vantagem competitiva na indústria de lentes ópticas, a fabricação de lentes de alta qualidade é fundamental, atendendo às expectativas dos clientes em relação ao que é oferecido pelos funcionários ópticos na linha de frente. No entanto, além da qualidade, o tempo de processamento também agrega valor aos serviços prestados. Os clientes, naturalmente, desejam um tempo de processamento mais rápido, uma vez que os

óculos são uma ajuda vital que precisa ser utilizada o mais rápido possível (Simbolon; Santoso, 2021). No contexto da gestão da produção, a distribuição das tarefas entre os recursos disponíveis constitui uma importante decisão de planejamento. Em ambientes com máquinas paralelas, essa decisão pode envolver recursos com diferentes características de processamento. Fanjul-Peyro e Ruiz (2010) abordam uma configuração de máquinas paralelas não relacionadas, na qual o tempo de processamento de uma tarefa depende da máquina à qual ela é atribuída, considerando como objetivo a minimização do makespan.

Um dos indicadores utilizados para avaliar o desempenho de sistemas produtivos é o makespan, que representa o tempo necessário para a conclusão da última tarefa processada. Em ambientes com máquinas paralelas, a forma como as tarefas ou cargas produtivas são distribuídas entre os recursos disponíveis pode influenciar esse indicador, principalmente quando os tempos de processamento variam de acordo com o equipamento utilizado. Fanjul-Peyro e Ruiz (2010) analisam esse tipo de problema considerando máquinas paralelas não relacionadas e a minimização do makespan como objetivo de desempenho.

A programação matemática pode ser utilizada como ferramenta de apoio à tomada de decisão em problemas produtivos que envolvem diferentes objetivos e restrições. Nesse contexto, modelos de otimização permitem representar matematicamente aspectos como demanda, capacidade e utilização dos recursos disponíveis. No presente estudo, a Programação Linear Inteira Mista é utilizada para determinar a alocação da carga produtiva entre os grupos de polidoras, buscando minimizar o makespan e respeitar as restrições estabelecidas para o processo.

Este estudo concentrou-se no processo de surfacagem, especificamente na etapa de polimento das lentes. A escolha dessa etapa está relacionada à sua importância no fluxo produtivo do laboratório e à utilização de diferentes grupos de polidoras com tempos de processamento distintos para os materiais analisados. Dessa forma, a distribuição da carga entre esses recursos pode influenciar o tempo necessário para atender à demanda, tornando o processo de polimento relevante para a análise proposta neste trabalho.

Diante disso, esta pesquisa teve como objetivo desenvolver um modelo de otimização para a alocação da carga produtiva no processo de polimento de lentes de diferentes materiais no setor de surfacagem de um laboratório óptico localizado na Região Sudeste. O modelo foi desenvolvido por meio de Programação Linear Inteira Mista, considerando os tempos de processamento, a demanda e a capacidade dos grupos de polidoras, buscando minimizar o makespan. Além disso, o desempenho da

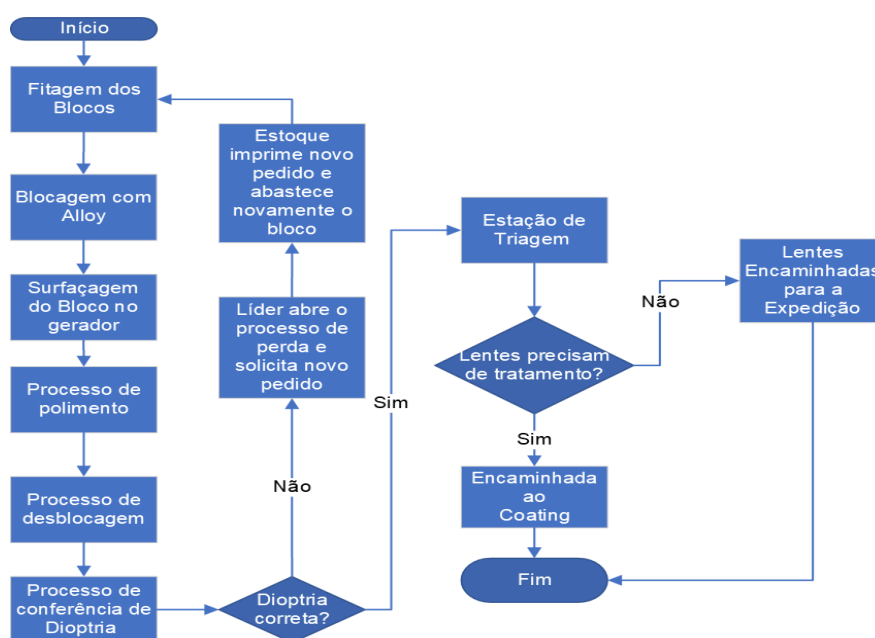
solução proposta foi comparado com a política operacional atualmente utilizada pelo laboratório e com a heurística Earliest Completion Time (ECT), permitindo avaliar diferentes estratégias para o processamento da demanda. Com essa análise, busca-se identificar oportunidades para uma utilização mais eficiente dos recursos disponíveis e fornecer informações que possam apoiar o planejamento da produção e contribuir para a competitividade do laboratório.

2 Fundamentação teórica

2.1 Surfaçagem digital

O processo de fabricação de lentes oftálmicas envolve diferentes etapas destinadas à obtenção da geometria e do acabamento necessários às especificações ópticas do produto. Na etapa de surfaçagem, a superfície da lente é gerada de acordo com os parâmetros definidos para cada prescrição médica, sendo posteriormente submetida a operações de acabamento e polimento. Zhong e Venkatesh (1995), ao investigarem uma abordagem de retificação semidúctil aplicada a superfícies oftálmicas, relataram redução do tempo de polimento e a possibilidade de eliminar uma etapa intermediária de lapidação.

Figura 1- Processo de Surfaçagem.



Fonte: Autores (2026)

De maneira geral, o processo de surfaçagem compreende etapas sucessivas de preparação, conformação e acabamento das lentes. Inicialmente, são realizadas a fitagem e a blocagem, que preparam e fixam a lente para as operações de usinagem. Em seguida, o gerador realiza a moldagem da superfície de acordo com as especificações solicitadas. Após essa etapa, a lente é encaminhada ao processo de

polimento, seguido da desblocagem, que consiste na remoção da fixação, e em última instância a lente segue para a conferência das características ópticas e superficiais do produto.

Entre essas operações, o polimento constitui uma etapa relevante para a obtenção do acabamento superficial necessário. A literatura sobre fabricação de superfícies oftálmicas mostra que as condições das etapas de usinagem e acabamento estão relacionadas ao tempo necessário de polimento, de modo que melhorias no processo anterior podem reduzir o esforço requerido nessa etapa. Zhong e Venkatesh (1995), por exemplo, demonstraram que alterações no processo de retificação de superfícies oftálmicas podem resultar em redução do tempo posterior de polimento. Assim, além de sua importância para a qualidade superficial da lente, o polimento também representa uma etapa de interesse do desempenho produtivo, o que justifica a sua escolha como objeto de análise neste estudo.

2.2 Pesquisa Operacional e programação linear

A Pesquisa Operacional (PO) é uma abordagem quantitativa que utiliza métodos matemáticos para auxiliar na análise de problemas e na tomada de decisão nas organizações (Silva et al., 2017). No contexto da gestão da produção, essas técnicas podem ser utilizadas para apoiar decisões relacionadas ao planejamento, à alocação de recursos e à capacidade produtiva.

A literatura apresenta diferentes aplicações de modelos quantitativos em problemas de planejamento da produção e capacidade. Nam e Logendran (1992) realizaram uma revisão dos modelos e metodologias desenvolvidos para o planejamento agregado da produção, mostrando as diferentes abordagens utilizadas para apoiar esse tipo de decisão. Complementarmente, Martínez-Costa et al. (2014) revisaram modelos de programação matemática voltados ao planejamento estratégico de capacidade em sistemas de manufatura, analisando como esses problemas têm sido tratados na literatura.

Entre as técnicas utilizadas na Pesquisa Operacional, a Programação Linear (PL) permite representar problemas de otimização por meio de uma função objetivo e de um conjunto de restrições lineares. Na gestão da produção, essas restrições podem estar relacionadas à capacidade dos recursos, à disponibilidade dos equipamentos e ao atendimento da demanda. Dessa forma, a PL pode auxiliar na avaliação de diferentes formas de utilização dos recursos produtivos, considerando as limitações existentes no processo.

2.3 Programação Linear Inteira Mista aplicada ao planejamento da produção

A Programação Linear Inteira Mista (PLIM) é uma abordagem de programação matemática na qual parte das variáveis de decisão é restrita a valores inteiros, enquanto outras podem assumir valores contínuos, mantendo-se lineares a função objetivo e as restrições do modelo. Essa característica possibilita representar decisões produtivas que envolvem quantidades discretas, como unidades de produtos ou recursos, associadas a variáveis contínuas de desempenho. No Planejamento e Controle da Produção (PCP), modelos dessa natureza têm sido empregados em problemas que envolvem planejamento de capacidade, atendimento da demanda e utilização de recursos produtivos.

Modelos de programação inteira e de Programação Linear Inteira Mista vêm sendo aplicadas em problemas de planejamento da produção envolvendo decisões de alocação de capacidade, atendimento da demanda e utilização de recursos sob restrições operacionais. De Kruijff, Hurkens e De Kok (2018), por exemplo, utilizaram PLIM em um problema de planejamento médio produtivo envolvendo a distribuição da capacidade dos recursos entre diferentes produtos. Adicionalmente Tavaghof-Gigloo, Minner e Silbermayr (2016) desenvolveram uma formulação PLIM para um problema de planejamento agregado da produção envolvendo múltiplos produtos, instalações e estágios produtivos, considerando restrições de capacidade e instrumentos de flexibilidade operacional. Apesar de abordarem contextos distintos do presente estudo, esses trabalhos evidenciam a aplicabilidade da programação inteira na representação de decisões produtivas sujeitas a limitações de capacidade e recursos.

2.4 Alocação de carga em grupos de máquinas paralelas e minimização do makespan

Em ambientes de produção com máquinas paralelas, diferentes equipamentos podem realizar uma mesma operação. Dessa forma, torna-se necessário definir como as tarefas ou a carga produtiva serão distribuídas entre as máquinas disponíveis. Fanjul-Peyro e Ruiz (2010) abordam problemas de máquinas paralelas não relacionadas, nos quais o tempo de processamento de uma tarefa pode variar de acordo com a máquina utilizada. Nesse tipo de problema, a decisão de alocação está relacionada à escolha do recurso que irá executar cada tarefa.

Um dos indicadores utilizados para avaliar o desempenho nesses ambientes é o makespan, que representa o maior tempo de conclusão das tarefas processadas. Fanjul-

Peyro e Ruiz (2010) estudam a minimização do makespan em um ambiente de máquinas paralelas não relacionadas. Nesse contexto, a forma como as tarefas são distribuídas entre os recursos disponíveis influencia o tempo necessário para finalizar o conjunto de operações.

Além dos modelos de otimização, também podem ser utilizadas regras heurísticas para auxiliar na alocação das tarefas. Hariri e Potts (1991) analisam a heurística Earliest Completion Time (ECT) em problemas de máquinas paralelas não relacionadas com minimização do makespan. Essa heurística utiliza como critério o tempo previsto para conclusão da tarefa, buscando direcioná-la ao recurso que permita sua finalização mais cedo.

No presente estudo, o processo de polimento é composto por máquinas paralelas organizadas em dois grupos, denominados A e B. As máquinas pertencentes ao mesmo grupo são consideradas operacionalmente equivalentes, porém os tempos de processamento variam conforme o material da lente e o grupo de polidoras utilizado. O modelo PLIM desenvolvido neste trabalho realiza a alocação da carga de forma agregada entre esses grupos, determinando a quantidade de lentes de cada material destinada a cada um deles. Dessa forma, o modelo não determina a sequência individual das lentes nem a máquina específica que irá processá-las, tendo como objetivo distribuir a carga produtiva entre os grupos e minimizar o makespan.

3 Metodologia

Este trabalho se configura como uma pesquisa exploratória quanto aos fins, com enfoque quantitativo, desenvolvida por meio de um estudo de caso em um laboratório óptico localizado na Região Sudeste do Brasil. O estudo concentra-se no processo de polimento do setor de superfície de lentes oftálmicas e foi baseado em dados provenientes de relatórios e levantamentos internos da organização estudada.

Para o desenvolvimento do modelo de otimização por meio de Programação Linear Inteira Mista, foram consideradas informações sobre a demanda, os tempos de processamento das polidoras para cada tipo de material e a quantidade de equipamentos disponíveis. Os dados referentes à demanda do setor de superfície abrangem o período de janeiro a outubro de 2025 e foram utilizados, juntamente com as demais informações operacionais, para a parametrização do modelo.

3.1. Formulação matemática do modelo de otimização

O problema foi elaborado por meio de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), com o objetivo de determinar a alocação da demanda de lentes entre os grupos de polidoras A e B. Para tanto, o modelo pondera as diferenças nos tempos de processamento de lentes de resina e policarbonato em cada grupo de máquinas e procura distribuir a carga produtiva de forma a minimizar o makespan.

3.1.1 Conjuntos e Índices

Para representar os elementos considerados no modelo, foram definidos os seguintes conjuntos: $P = \{A, B\}$, em que P representa os grupos de polidoras, e $M = \{PC, R\}$, em que M representa os materiais processados, sendo PC correspondente ao policarbonato e R à resina. Os índices são $p \in P$, para representar o grupo de polidoras, e $m \in M$, para representar os materiais (resina e policarbonato). Dessa forma exemplifica-se a variável de decisão x_{pm} , representando a quantidade de lentes do material m alocada ao grupo de polidoras p . Assim:

$x_{A,PC}$ = quantidade de lentes de policarbonato alocadas ao grupo de polidoras A;

$x_{B,R}$ = quantidade de lentes de resina alocadas ao grupo de polidoras B.

Além da variável $x_{\{pm\}}$ foi definida a variável C_{max} , que representa o makespan, isto é, o maior tempo necessário para o processamento da carga de produção entre os grupos de polidoras. Foram considerados como parâmetros do modelo a demanda de cada material, o tempo de processamento de cada material em cada grupo de polidoras, a quantidade de máquinas disponíveis em cada grupo e a capacidade diária em tempo por máquina.

D_m = demanda do material m ;

t_{pm} = tempo de processamento de uma lente do material no grupo de polidoras;

n_p = quantidade de máquinas disponíveis no grupo de polidoras;

H = tempo produtivo diário disponível por máquina.

No estudo, $H = 1260$ minutos, correspondente às 21 horas produtivas diárias.

Para a demanda de referência considerada no estudo, os parâmetros assumem os seguintes valores:

$D_{PC} = 2400$ e $D_R = 5600$. Isso decorre das 8.000 lentes e da composição histórica:

30% policarbonato e 70% resina, ou seja, $8000 \times 0,30 = 2400$ e $8000 \times 0,70 = 5600$.

$n_A = 6$ e $n_B = 10$, em que n_A corresponde às seis polidoras do grupo A e n_B às dez polidoras do grupo B. Para os tempos de processamento de cada material nos grupos de polidoras, foram considerados os seguintes valores:

$$t_{A,PC} = 4,46 \text{ min}$$

$$t_{A,R} = 1,59 \text{ min}$$

$$t_{B,PC} = 2,58 \text{ min}$$

$$t_{B,R} = 1,54 \text{ min}$$

A Erro! Fonte de referência não encontrada. apresenta os tempos em minutos que cada polidora utiliza para realizar o processamento das lentes, que foram considerados na função objetivo:

Tabela 1: Tempos médios de processamento por lente, material e grupo de polidoras

Polidora	Material	Tempo (min)
Polidora A	Policarbonato (PC)	4,46
Polidora A	Resina (Res)	1,59
Polidora B	Policarbonato (PC)	2,58
Polidora B	Resina (Res)	1,54

Fonte: Autores (2026)

3.1.2 Função Objetivo

A função objetivo do modelo busca minimizar o makespan, representado pela variável C_{max} , de modo a reduzir o maior tempo de processamento entre os grupos de polidoras.

$$\min C_{max}$$

3.1.3 Restrições de makespan

Para garantir que $C_{(max)}$ represente o maior tempo de processamento entre os grupos de polidoras, foram estabelecidas restrições que relacionam a carga de processamento de cada grupo ao número de máquinas disponíveis. A forma geral da restrição é:

$$\frac{\sum_{m \in M} t_{pm} x_{pm}}{n_p} \leq C_{\max}, \quad \forall p \in P$$

3.1.4 Restrições de demanda

As restrições de demanda garantem que a quantidade total de lentes de cada material alocada entre os grupos de polidoras corresponda à demanda estabelecida para esse material. A forma geral da restrição é:

$$\sum_{p \in P} x_{pm} = D_m, \quad \forall m \in M$$

3.1.5 Restrições de capacidade

As restrições de capacidade garantem que a carga total de processamento atribuída a cada grupo de polidoras não ultrapasse o tempo produtivo disponível das máquinas pertencentes ao respectivo grupo. A forma geral da restrição é:

$$\sum_{m \in M} t_{pm} x_{pm} \leq n_p H, \quad \forall p \in P$$

3.1.6 Domínio das variáveis

Finalmente, as variáveis de decisão referentes às quantidades de lentes devem assumir valores inteiros e não negativos, enquanto a variável $C_{\max}$, que representa o makespan, pode assumir valores reais não negativos. Assim: $x_{pm} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}, \quad \forall p \in P, m \in M$ e $C_{\max} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$

3.1.7 Premissa de distribuição da carga

A formulação considera que as máquinas pertencentes a um mesmo grupo possuem características operacionais equivalentes e que a carga de processamento atribuída ao grupo pode ser distribuída de forma equilibrada entre os equipamentos disponíveis. Dessa forma, o tempo de processamento do grupo é obtido pela divisão da carga total atribuída pelo número de máquinas pertencentes ao respectivo grupo.

3.2 Implementação computacional e procedimento experimental

Para o modelo matemático, a implementação foi realizada em Python utilizando a biblioteca Pyomo, que tem como finalidade a modelagem de problemas de otimização matemática. A resolução do modelo, entretanto, utilizou

o solver HiGHS, que obteve a solução que minimiza o makespan, respeitando as restrições estabelecidas tanto de capacidade quanto de demanda.

Para a realização do experimento visando avaliar estratégias de alocação, foi considerada uma demanda diária de 8.000 lentes, formada por 2.400 lentes de policarbonato e 5.600 lentes de resina. Foram geradas 1.000 sequências distintas de entrada de lentes com a mesma composição da demanda, uma vez que os registros da sequência individual de entrada não estavam disponíveis. Em cada repetição, uma mesma sequência foi utilizada para avaliar as diferentes políticas de alocação, permitindo a comparação dos resultados sob as mesmas condições de entrada.

3.2.1 Política operacional observada

A política operacional implementada no laboratório segue o conceito FIFO, sendo assim, os pedidos são processados conforme a ordem de entrada. O material do pedido em questão é destinado à máquina que estiver disponível, sem que haja uma priorização ou consideração dos diferentes tempos de processamento dos materiais resina e policarbonato associados aos grupos de polidoras A e B.

3.2.2 Heurística ECT

Na heurística Earliest Completion Time (ECT), a ordem de entrada dos pedidos também foi preservada. Entretanto, cada lente foi destinada à máquina com o menor tempo previsto para conclusão do processamento, considerando tanto o instante de disponibilidade da máquina quanto o tempo necessário para processar o material correspondente. A regra de decisão utilizada pode ser representada por:

$$j^* = \arg \min_j (a_j + t_{jm})$$

Em que representa uma máquina individual, corresponde ao instante de disponibilidade da máquina, representa o tempo de processamento do material na máquina, e corresponde à máquina selecionada pela heurística.

3.2.3 Política baseada no PLIM.

Na política baseada no PLIM, foram utilizadas as quantidades de lentes de cada material destinadas aos grupos de polidoras A e B determinadas pelo

modelo de otimização. Durante a simulação, a ordem de entrada das lentes foi preservada e as alocações foram realizadas respeitando essas quantidades.

Dentro de cada grupo, a lente foi destinada à máquina com menor tempo previsto para conclusão do processamento, de forma a distribuir a carga entre os equipamentos disponíveis sem ultrapassar a alocação estabelecida pelo modelo.

3.2.4 Métrica de avaliação

O desempenho das políticas de alocação foi avaliado por meio do makespan, correspondente ao maior instante de conclusão entre todas as máquinas disponíveis ao término do processamento da demanda. Quanto menor o makespan, menor o tempo necessário para concluir a produção considerada na simulação.

$$C_{\max}^{sim} = \max_{j \in J} C_j$$

Em que:

- J = **conjunto** das máquinas individuais utilizadas na simulação
- C_j = instante de conclusão da última lente processada pela máquina j
- $C_{\max}^{sim}$ = makespan observado na simulação

3.2.5 Análise dos resultados das simulações

Para a avaliação das políticas, foram calculadas estatísticas descritivas do makespan resultante nas 1.000 repetições. As comparações foram realizadas de forma pareada, de modo a avaliar as diferenças de desempenho nas mesmas condições de entrada, uma vez que a mesma sequência foi submetida às três políticas apresentadas neste trabalho: política operacional do laboratório, política baseada no PLIM e heurística ECT. Para cada política foram calculados a média, a mediana, o desvio-padrão amostral, os valores mínimo e máximo e os percentis 5 e 95 do makespan. Além disso, foram calculadas as diferenças de desempenho e as reduções percentuais entre as políticas. Também foram calculados intervalos de confiança de 95% para as diferenças médias observadas entre as políticas.

Para garantir a reprodutibilidade do experimento, as sequências de entrada e os critérios utilizados nos casos de empate foram gerados de forma controlada, permitindo a repetição das simulações sob as mesmas condições.

4 Estudo de caso

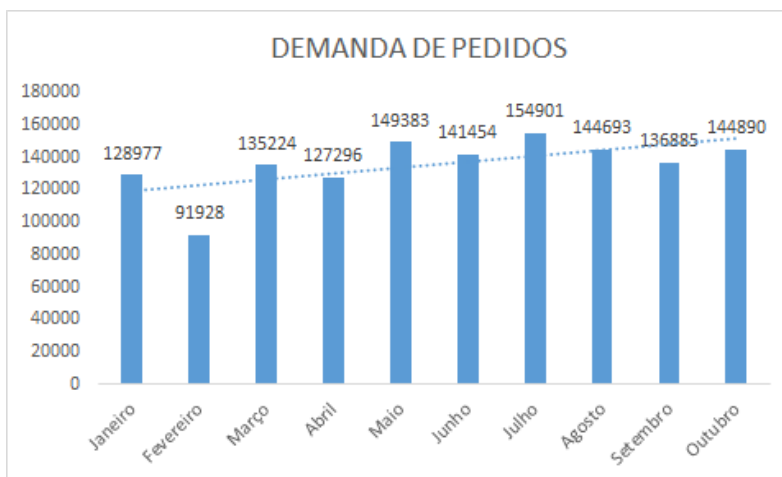
4.1 A empresa

Para garantir o anonimato da companhia investigada, esta será referida como Good Lenses Lab. O laboratório, especializado na produção de lentes oftálmicas, faz parte de um importante grupo internacional do setor óptico. Seu portfólio inclui lentes para correção de presbiopia, hipermetropia, astigmatismo, além de lentes solares. Um dos principais processos realizados é a surfacagem, etapa fundamental para garantir a qualidade e precisão das lentes produzidas.

O laboratório opera diversos processos integrados, incluindo a surfacagem de lentes, aplicação de verniz, antirreflexo, coloração e montagem, sempre em conformidade com os pedidos personalizados de seus clientes B2B. A entrada de novos pedidos afeta diretamente a taxa de produção necessária, impactando a capacidade de resposta de cada setor.

Para ilustrar o crescimento na demanda, foi criado um gráfico que mostra a evolução do número de pedidos ao longo do tempo. A linha de tendência evidencia um aumento expressivo da demanda a partir de março, seguido por uma leve queda, mas ainda mantendo uma tendência de crescimento. Esse movimento ressalta a necessidade de ajustes constantes no processo produtivo para acomodar a variação na procura. Esse aumento na demanda reforça a importância de melhorar a alocação da carga produtiva, especialmente na etapa de polimento das lentes, de forma a responder com maior eficiência às exigências do mercado. A Figura 2 consolida e apresenta esses dados:

Figura 2: Demanda de pedidos.



Fonte: Autores (2026).

Cabe ressaltar que a demanda apresentada na Figura 3 corresponde à quantidade de novos pedidos recebidos pelo laboratório. Para a elaboração do modelo, entretanto, foi considerada uma demanda diária estimada de 8.000 lentes, com base na previsão de demanda esperada pelo laboratório e nas informações fornecidas pela empresa.

Nesse contexto, torna-se essencial identificar e monitorar potenciais gargalos ao longo da linha de produção, com ênfase no processo de polimento. Para avaliar o desempenho dos equipamentos nesse processo, foi realizado um estudo de cronoanálise considerando dois modelos de polidoras, denominados neste trabalho como grupos A e B. As máquinas apresentam tempos de processamento distintos para lentes de resina e policarbonato, resultando em diferentes desempenhos produtivos. O grupo A é composto por seis polidoras, enquanto o grupo B possui dez equipamentos em operação. Os tempos de processamento identificados na cronoanálise foram utilizados como parâmetros do modelo de otimização.

Para a caracterização do problema de polimento, foram consideradas as condições operacionais informadas pelo laboratório. Com base nos dados históricos, adotou-se uma composição da demanda de 70% de lentes de resina e 30% de lentes de policarbonato. O processo dispõe de seis polidoras do grupo A e dez do grupo B, sendo considerado um tempo produtivo diário de 21 horas por equipamento. Essas informações, juntamente com os tempos de processamento obtidos por meio da cronoanálise, constituíram os parâmetros utilizados no modelo de otimização.

Considerando que a ampliação do número de máquinas não é viável no contexto analisado, a melhoria do desempenho do processo depende da distribuição mais

eficiente da carga produtiva entre os equipamentos disponíveis. Dessa forma, o problema consiste em determinar uma alocação capaz de atender à demanda estabelecida, respeitando as limitações de capacidade e buscando minimizar o makespan.

4.2 Caracterização do problema de alocação no processo de polimento

O objetivo deste estudo é otimizar a produção no processo de polimento do setor de superfície. Para isso, são considerados os tempos de processamento, a composição dos materiais da demanda e o número de máquinas disponíveis. A solução proposta envolve a alocação da carga produtiva entre os grupos de polidoras A e B, buscando minimizar o makespan.

Do ponto de vista do Planejamento e Controle da Produção (PCP), o problema analisado caracteriza-se pela alocação da carga produtiva entre grupos de máquinas paralelas. Os grupos de polidoras A e B executam a mesma operação de polimento e são compostos por múltiplos equipamentos, considerados equivalentes dentro de cada grupo. Entretanto, os tempos de processamento variam de acordo com o material da lente e o grupo de polidoras utilizado. Dessa forma, a decisão consiste em determinar a quantidade de lentes de cada material a ser destinada a cada grupo de máquinas, buscando uma distribuição mais eficiente da carga produtiva.

5 Resultados do estudo de caso

Para a demanda diária de referência de 8.000 lentes, composta por 2.400 lentes de policarbonato e 5.600 lentes de resina, o modelo PLIM determinou a distribuição da carga produtiva entre os grupos de polidoras A e B de modo a minimizar o makespan, conforme apresentado na seção do estudo de caso.

5.1 Solução do modelo PLIM

No presente experimento, simulou-se a produção de uma demanda total de 8.000 lentes a serem fabricadas. Neste escopo foram consideradas as restrições de demanda, capacidade de produção, número de polidoras e tempos de processamento previamente definidos nesta seção.

5.1.1 Alocação da demanda pelo modelo PLIM

A solução obtida pelo modelo determinou a seguinte distribuição da demanda entre os grupos de polidoras:

Tabela 2 Alocação ótima da demanda entre os grupos de polidoras.

Grupo de Polidoras	Material	Quantidade de lentes
A	Policarbonato	0
A	Resina	3536
B	Policarbonato	2400
B	Resina	2064

Fonte: Autores (2026).

Com essa alocação, o modelo direcionou toda a demanda de lentes de policarbonato para o grupo de polidoras B, enquanto a demanda de lentes de resina foi distribuída entre os grupos A e B. Esse resultado decorre das diferenças nos tempos de processamento entre os grupos, buscando equilibrar a carga de trabalho e reduzir o tempo necessário para conclusão da demanda.

A distribuição obtida resultou em tempos de processamento muito próximos entre os dois grupos de polidoras: 937,040 minutos para o grupo A e 937,056 minutos para o grupo B. Dessa forma, o makespan ótimo correspondeu a 937,06 minutos, equivalente a aproximadamente 15,62 horas.

5.2 Comparação entre as políticas de alocação

Conforme mencionado na seção de metodologia deste estudo, a comparação entre as políticas operacional do laboratório, heurística ECT e política baseada no PLIM foi realizada a partir das 1.000 repetições. A análise considerou o makespan obtido em cada execução, permitindo avaliar tanto o desempenho médio quanto a variabilidade dos resultados entre as diferentes estratégias de alocação. A Tabela 3 apresenta as estatísticas descritivas dos makespans obtidos pelas três políticas ao longo das 1.000 repetições.

Tabela 3 Estatísticas descritivas do makespan obtido pelas políticas de alocação

Política	Média (min)	Mediana (min)	Desvio-padrão(min)	Mínimo(min)	Percentil 5	Percentil 95	Máximo (min)
----------	-------------	---------------	--------------------	-------------	-------------	--------------	--------------

Operacional do laboratório	1.021,68	1.021,74	1,69	1.016,04	1.018,91	1.024,38	1.028,57
Heurística ECT	939,32	939,48	0,41	937,98	938,52	940,02	940,56
PLIM	938,32	938,44	0,22	938,10	938,10	938,56	939,02

Fonte: Autores (2026).

Os resultados apresentados na Tabela 3 indicam que a política operacional do laboratório apresentou o maior makespan médio, com 1.021,68 minutos, equivalente a aproximadamente 17,03 horas. A heurística ECT apresentou média de 939,32 minutos (15,66 horas), enquanto a política baseada no PLIM obteve o menor valor médio, com 938,32 minutos (15,64 horas). Dessa forma, tanto a heurística ECT quanto a política baseada no PLIM apresentaram desempenho superior à política operacional do laboratório.

Também se observa uma redução na variabilidade dos resultados. O desvio-padrão do makespan foi de 1,69 minuto na política operacional, 0,41 minuto na heurística ECT e 0,22 minuto na política baseada no PLIM. Esses resultados indicam que as estratégias que consideram as características de processamento das máquinas apresentaram maior estabilidade diante das diferentes sequências de entrada avaliadas.

5.2.1 Comparações pareadas entre as políticas

A partir das comparações pareadas realizadas nas 1.000 repetições, foram calculadas as diferenças médias de makespan entre as políticas, as respectivas reduções percentuais e os intervalos de confiança de 95%. Os resultados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 Comparações pareadas entre as políticas de alocação

Comparação	Diferença média (min)	IC 95% inferior (min)	IC 95% superior (min)	Redução média (%)
Operacional- ECT	82,36	82,25	82,46	8,06
Operacional- PLIM	83,36	83,26	83,46	8,16
ECT-PLIM	1,00	0,97	1,03	0,11

Fonte: Autores (2026).

Os resultados apresentados na Tabela 4 mostram que, em comparação com a política operacional do laboratório, a heurística ECT reduziu o makespan médio em 82,36 minutos, correspondendo a uma redução de 8,06%. A política baseada no PLIM

apresentou redução média de 83,36 minutos, equivalente a 8,16%. Na comparação entre ECT e PLIM, a diferença média foi de 1,00 minuto, representando uma redução de apenas 0,11% em favor da política baseada no PLIM. Dessa forma, embora o PLIM tenha apresentado o menor makespan médio, a diferença em relação à heurística ECT mostrou-se pequena em termos práticos.

Além das diferenças médias observadas, a política baseada no PLIM apresentou menor makespan que a heurística ECT em 986 das 1.000 repetições. Em 9 repetições, ambas as políticas apresentaram o mesmo makespan, enquanto a heurística ECT obteve menor valor em apenas 5 execuções. Esses resultados reforçam a consistência do desempenho da política baseada no PLIM, embora a diferença média entre as duas abordagens tenha permanecido pequena.

De maneira geral, os resultados obtidos indicam que o resultado dos tempos de processamento na decisão de alocação contribuiu para a redução do makespan e da variação com relação à política operacional do laboratório. Já a heurística ECT apresentou desempenho próximo ao da política baseada no PLIM, o que demonstra que a utilização de informações sobre a disponibilidade e o desempenho das máquinas já proporciona ganhos relevantes. Entretanto, o PLIM apresentou os menores valores médios de makespan e menor variabilidade, o que forneceu uma referência otimizada para a alocação da carga produtiva entre os grupos de polidoras.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O setor óptico brasileiro tem apresentado crescimento da demanda por produtos e serviços especializados. Nesse contexto, além da garantia da qualidade, a eficiência dos processos produtivos e a adequada utilização dos recursos disponíveis tornam-se relevantes para a competitividade dos laboratórios ópticos.

Este estudo investigou a otimização da alocação da carga produtiva no processo de polimento de um laboratório óptico localizado na Região Sudeste do Brasil. Por meio de uma abordagem quantitativa e de um estudo de caso, foi desenvolvido um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para realizar a distribuição da demanda entre os grupos de polidoras disponíveis, buscando minimizar o makespan. Os resultados mostraram que a política baseada no PLIM reduziu o makespan médio em 8,16% em relação à política operacional do laboratório, enquanto a heurística ECT apresentou redução de 8,06%.

Os resultados obtidos pelas políticas analisadas respeitaram as restrições de demanda e capacidade estabelecidas para o processo. Observou-se que tanto a heurística ECT quanto a política baseada no PLIM apresentaram menor makespan em relação à política operacional utilizada pelo laboratório. A política baseada no PLIM apresentou o menor valor médio, buscando distribuir a carga produtiva entre os grupos de polidoras de acordo com os tempos de processamento e as condições de capacidade, com o objetivo de minimizar o makespan.

Além disso, os resultados mostram que a utilização de métodos quantitativos pode auxiliar na tomada de decisão e na melhor utilização dos recursos produtivos disponíveis no laboratório. A metodologia utilizada também pode servir como referência para estudos futuros relacionados ao planejamento e à alocação de recursos em processos produtivos do setor óptico.

Embora a política baseada no PLIM tenha apresentado o menor makespan médio, a heurística ECT alcançou desempenho bastante próximo, com diferença média de aproximadamente 1,00 minuto, correspondente a 0,11%. Esse resultado indica que a consideração dos diferentes tempos de processamento e da disponibilidade das máquinas contribui de forma relevante para a melhoria da alocação da carga produtiva. Além disso, a política baseada no PLIM apresentou menor variabilidade nos resultados, demonstrando maior estabilidade diante das diferentes sequências de entrada analisadas.

Os achados deste estudo reforçam a discussão apresentada na literatura sobre a importância da alocação adequada dos recursos produtivos e da minimização do makespan em ambientes com máquinas paralelas. No caso analisado, a consideração explícita dos diferentes tempos de processamento das polidoras proporcionou desempenho superior à política operacional adotada pelo laboratório. Como contribuição prática, o estudo demonstra que ganhos de eficiência podem ser obtidos por meio da melhor distribuição da carga entre os equipamentos existentes, sem a necessidade imediata de ampliação da capacidade instalada. Do ponto de vista metodológico, a comparação entre a política operacional, a heurística ECT e o modelo PLIM também evidencia que métodos de apoio à decisão com diferentes níveis de complexidade podem produzir ganhos relevantes, sendo o PLIM uma referência otimizada para o planejamento da alocação da carga produtiva.

Em síntese, o estudo avança ao demonstrar, no contexto de um laboratório óptico, como diferentes estratégias de alocação da carga produtiva podem contribuir para a redução do makespan sem a necessidade imediata de ampliação da capacidade instalada. Os resultados evidenciam que tanto a heurística ECT quanto a política

baseada no PLIM proporcionam ganhos relevantes em relação à política operacional do laboratório, sendo o PLIM uma referência otimizada para o planejamento da produção. Dessa forma, o trabalho contribui para a aplicação de métodos quantitativos de apoio à decisão no setor óptico e fornece subsídios para uma utilização mais eficiente dos recursos produtivos disponíveis.

REFERÊNCIAS

ABIÓPTICA. O desempenho de vendas do setor óptico no PDV no primeiro trimestre do ano apresentou crescimento! 2024a. Disponível em: ABIÓPTICA – desempenho de vendas no primeiro trimestre. Acesso em: 24 ago. 2026.

ABIÓPTICA. Setor óptico apresenta 16% de crescimento em abril! 2024b. Disponível em: ABIÓPTICA – crescimento em abril. Acesso em: 24 ago. 2026.

ABIÓPTICA. Três estados do Sudeste lideram vendas no primeiro trimestre de 2024. 2024c. Disponível em: ABIÓPTICA – vendas na Região Sudeste. Acesso em: 24 ago. 2026.

DE KRUIJFF, J. T.; HURKENS, C. A. J.; DE KOK, T. G. Integer programming models for mid-term production planning for high-tech low-volume supply chains. *European Journal of Operational Research*, v. 269, n. 3, p. 984-997, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.049>.

FANJUL-PEYRO, L.; RUIZ, R. Iterated greedy local search methods for unrelated parallel machine scheduling. *European Journal of Operational Research*, v. 207, n. 1, p. 55-69, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.03.030>.

FERRAZ, P. H. R. Incorporação de resíduos de processamento de lentes oftálmicas na produção de concreto. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2021.

HARIRI, A. M. A.; POTTS, C. N. Heuristics for scheduling unrelated parallel machines. *Computers & Operations Research*, v. 18, n. 3, p. 323-331, 1991. DOI: [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(91\)90034-O](https://doi.org/10.1016/0305-0548(91)90034-O).

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Pesquisa industrial 2021: produto. Rio de Janeiro: IBGE, v. 40, n. 2, 2023. Disponível em: IBGE – Pesquisa Industrial Anual. Acesso em: 24 ago. 2026.

MARTÍNEZ-COSTA, C.; MAS-MACHUCA, M.; BENEDITO, E.; COROMINAS, A. A review of mathematical programming models for strategic capacity planning in manufacturing. *International Journal of Production Economics*, v. 153, p. 66-85, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.03.011>.

NAM, S.; LOGENDRAN, R. Aggregate production planning: a survey of models and methodologies. *European Journal of Operational Research*, v. 61, n. 3, p. 255-272, 1992. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90356-E](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90356-E).

SERVIÇO NACIONAL DE APRENDIZAGEM COMERCIAL. Plano de curso: Técnico em Óptica. [S. l.]: Senac, 2016. Disponível em: SENAC – Plano de Curso Técnico em Óptica. Acesso em: 24 ago. 2026.

SHEPPARD, A. L.; WOLFFSOHN, J. S. Digital eye strain: prevalence, measurement and amelioration. *BMJ Open Ophthalmology*, v. 3, n. 1, e000146, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1136/bmjophth-2018-000146>.

SILVA, E. M. da; SILVA, E. M. da; GONÇALVES, V.; MUROLO, A. C. Pesquisa operacional para os cursos de administração e engenharia. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

SIMBOLON, R.; SANTOSO, S. Product and service quality improvement in manufacturing: a study of optical lens manufacturing in Indonesia. *Media Ekonomi dan Manajemen*, v. 36, n. 1, p. 76-88, 2021. DOI: <https://doi.org/10.24856/mem.v36i1.1726>.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE OFTALMOLOGIA. Relatório final da pesquisa de opinião sobre a percepção dos cuidados e atenção com a saúde ocular da população brasileira em 2023. [S. l.]: Sociedade Brasileira de Oftalmologia, 2023. Pesquisa realizada com participação da gMR Inteligência de Mercado e da Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em: SBO – Relatório final da pesquisa de 2023. Acesso em: 24 ago. 2026.

TAVAGHOF-GIGLOO, D.; MINNER, S.; SILBERMAYR, L. Mixed integer linear programming formulation for flexibility instruments in capacity planning problems. *Computers & Industrial Engineering*, v. 97, p. 101-110, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.04.013>.

ZHONG, Z.; VENKATESH, V. C. Semi-ductile grinding and polishing of ophthalmic aspherics and spherics. *CIRP Annals*, v. 44, n. 1, p. 339-342, 1995. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)6233](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)6233).



**Revista
Pernambucana de
Administração**
Universidade de Pernambuco (UPE)